

# 1 Literatura

- základní literatura: Anil Nerode, Richard A. Shore, Logic for Applications. Springer 1997
- další: Jaroslav Peregrin, Logika a logiky. Academia 2004

# 2 Úvod

- logika zkoumá problematiku úsudků
  - z premis vyplývá důsledek ( $A_1, A_2, \dots, A_n \Rightarrow B$ )
  - zabývá se formou, nikoliv obsahem (nezajímá nás hodnota  $A, B, \dots$ )
- extensionální logika - pravdivostní hodnota výroku závislá jen na pravdivostních hodnotách jeho složek
- intensionální logika - pravd. hodnota výroku závisí ještě na dalších kvantifikátorech (e.g. *věřím že, někdy platí, ...*)

# 3 Dvuhodnotová extensionální logika

- výroky mají 2 pravd. hodnoty - TRUE a FALSE
- výroková. Jestliže prší, nepadají meteority.  
 $p \Rightarrow \neg r$
- predikátová log. 1. řádu: Není pravda, že všichni lidé jsou spokojeni.  
 $\neg \forall x : (\text{clovek}(x) \Rightarrow \text{spokojeny}(x))$
- pred. log. 2. řádu: Existuje vlastnost, kterou mají všichni lidé.  
 $\exists P \forall x : (\text{clovek}(x) \Rightarrow P(x))$ 
  - oproti PL1 umí kvantifikovat predikáty ( $\exists P \forall x$ )
  - není algoritmisovatelná, tudíž se nepoužívá

# 4 Metajazyk

- pro dokazování výroků z nějakého světa je potřeba jazyk, který není jeho součástí (jinak vznikají paradoxy)...  
nebo tak nějak to bylo
- *modus ponens je metapravda* ať už tím myslel cokoliv...

# 5 Požadavky na důkazové metody

- úplná metoda: lze dokázat vše, co platí
- korektní metoda: lze dokázat jen to, co platí

# 6 Výroková logika

- tvoření výroků pomocí logických spojek a dalších výroků
- výroky: tvrzení, u něž dává smysl určování pravdivostní hodnoty
  - Marie je muž je výrok, Faram do řury není
  - $p, q, \dots$
- výrokové formule: složené výroky, obsahují logické spojky

- **splnitelnost formule** (satisfiability): existuje alespoň interpretace, pro niž je valuace TRUE
- **logická pravdivost**: pro všechny interpretace je valuace TRUE (tautologie)
- podobně kontradikce, etc.

## 6.1 Spojky

- arita: počet argumentů
  - unární: negace, unární falsum/verum (vždycky vrátí FALSE resp. TRUE)
  - binární: nejpoužívanější  $\wedge, \vee, \implies, \iff, \neg$

p	q	$\perp$	$\wedge$	$\nrightarrow$	p	$\nleftarrow$	q	XOR	$\vee$	NOR	$\iff$	$\neg$ q	$\leftarrow$	$\neg$ p	$\implies$	NAND	$\top$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

## 7 Sémantika formulí

- **interpretace**: na základě vstupu přiřadí atomickým formulím (výrokovým symbolům not sure here) hodnoty TRUE/FALSE
- **valuace**: vyhodnocení celé formule
- *interpretace splňuje formuli*: nalezení interpretací, aby valuace vyšla TRUE
- *formule A logicky vyplývá z množiny T, pokud pro každý model (interpretace) I množiny T platí, že formule A je v něm splněna. Zápis  $T \vdash A$ <sup>1</sup>.*

p	q	r	$\vdash$	P
1	1	1		1
1	1	0		1
1	0	1		0

- $(p \implies q) \iff (\neg p \vee q)$  - tautologie; často používaný přepis implikace
- $(p \wedge \neg p) \implies q$  - ze sporu lze vyvodit cokoliv

<sup>1</sup>V tom znamínku mají acutally být dve vodorovné čárky, ale to se L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xu nelíbí.